

THREE-BODY PROBLEM IN CONFORMAL-EUCLIDEAN SPACE: COMPLEXITY OF A LOW-DIMENSIONAL SYSTEM

A. S. Gevorkyan^{1,2,*}, *A. V. Bogdanov*^{3,**},
V. V. Mareev^{3,***}

¹ Institute for Informatics and Automation Problems, NAS RA, Armenia

² Nalbandyan Institute of Chemical Physics, NAS RA, Armenia

³ Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

A general three-body problem is formulated on a curved geometry related to the energy surface of the system of bodies, which allows us to reveal hidden symmetries of the internal motion of a dynamical system and describe it by a system of stiff 6th-order ODEs instead of the usual 8th-order ones. In this formulation, the three-body problem is equivalent to the problem of propagation of a flow of geodesic trajectories on a 3D Riemannian manifold. A new criterion for the divergence of close geodesic trajectories is defined, similar to the Lyapunov exponent only on finite time intervals. Using the stochastic equation of motion of a system of bodies, a second-order partial differential equation of the Fokker–Planck type is derived for the probability distribution of geodesics (PDG) in phase space. Using PDG in a current tube, the entropy of a low-dimensional dynamical system is constructed and its complexity and disequilibrium are estimated. The behavior of new timing parameter (internal time) in global or 3D Jacobi space is studied in detail and its dimension is calculated.

Общая задача трех тел формулируется на искривленной геометрии, связанной с энергетической поверхностью системы тел, что позволяет выявить скрытые симметрии внутреннего движения динамической системы и описать ее системой жестких ОДУ шестого порядка вместо обычных восьмого порядка. В этой формулировке задача трех тел эквивалентна задаче распространения потока геодезических траекторий на 3D-римановом многообразии. Определен новый критерий расходимости близких геодезических траекторий, аналогичный показателю Ляпунова, только на конечных интервалах времени. С помощью стохастического уравнения движения системы тел выводится дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка типа Фоккера–Планка для распределения вероятностей геодезических (РВГ) в фазовом пространстве. С использованием РВГ в токовой трубке строится энтропия низкоразмерной

* E-mail: g_ashot@sci.am

** E-mail: a.v.bogdanov@spbu.ru

*** E-mail: v.mareev@spbu.ru

динамической системы и оцениваются ее сложность и неравновесность. Подробно изучено поведение нового временного параметра (внутреннее время) в глобальном, или трехмерном, пространстве Якоби, и рассчитана его размерность.

PACS: 02.50.-r; 52.65.Ff