

НЕПЕРТУРБАТИВНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВАКУУМНОГО РОЖДЕНИЯ КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЫ В МЕТОДЕ АБЕЛЕВОЙ ПРОЕКЦИИ

В. В. Дмитриев^{1,*}, *С. В. Чурочкина*¹, *В. А. Церюпа*¹,
С. А. Смолянский^{1,**}

¹ Саратовский национальный исследовательский государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского, Саратов, Россия

В рамках метода абелевой проекции в $SU(N)$ КХД получена система непертурбативных самосогласованных уравнений в проблеме обратной реакции, описывающая вакуумное рождение кварков в сильных квазиклассических глюонных полях при нарушении условия электронейтральности.

Within the framework of the Abelian projection method in the $SU(N)$ variant of QCD, a system of nonperturbative self-consistent equations for the back-reaction problem is derived. This system describes the vacuum production of quarks under the influence of strong quasiclassical gluon fields taking into account violating of the electroneutrality condition.

PACS: 05.20.Dd; 12.38.Mh

ВВЕДЕНИЕ

В первоначальных работах ([1] и обзоре [2]) для непертурбативного кинетического описания вакуумного рождения партонов в ультрарелятивистских столкновениях тяжелых ионов использовался абелев вариант кинетической теории. В данной модели рассматривались фермионы с параметрами легких кварков, взаимодействующие с сильным абелевым полем, которое имитировало глюонное поле и подбирались «руками» для обеспечения достаточной множественности в конечном состоянии.

В настоящей статье мы возвращаемся к проблеме кинетического описания вакуумного рождения кварков в предравновесной эволюции кварк-глюонной плазмы (КГП) на начальной стадии. В качестве первого шага ограничимся моделью, основанной на корректной формулировке метода абелевой проекции (МАП) в КХД [3]. Это является необходимым этапом для последующего учета неабелевых степеней свободы в кинетической теории. Другим новым элементом является замена концепции внешнего

* E-mail: dmitrievvv@sgu.ru

** E-mail: smol@sgu.ru

поля самосогласованными внутренними (плазменными) глюонными полями, генерируемыми сильными кварковыми токами на самой ранней стадии деконфайнмента.

Ниже рассматривается простейшая модельная ситуация в рамках МАП КХД со следующими дополнительными упрощениями:

- 1) электродинамические процессы в эволюции КГП не учитываются;
- 2) глюонные поля рассматриваются в приближении самосогласованного поля;
- 3) предполагается, что квазиклассические глюонные поля пространственно однородны (что приводит к пространственной однородности кварковой подсистемы) и зависят от времени;
- 4) поляризации всех глюонных полей выбраны идентичными и фиксированными.

Эти упрощения вводятся по аналогии с КЭД в сильных полях (КЭД-СП) [4–6] и графеном [7, 8]. Последнее ограничение может быть снято, что приведет к значительному увеличению числа кинетических уравнений вследствие учета спиновых степеней свободы (см., например, [5, 9]).

Суммируя ограничения 1)–4), получаем следующую структуру квазиклассических глюонных полей в гамильтоновой калибровке:

$$B_\mu^C(x) = (0, 0, 0, B_3^C(t) = B^C(t)), \quad (1)$$

где $C = 1, \dots, N_g = N_c^2 - 1$ является глюонным цветовым индексом.

Система кинетических уравнений (КУ) для кваркового сектора КХД, основанная на глубокой структурной аналогии с абелевыми калибровочными теориями (КЭД сильных полей [4–6] и графеном [7, 8]) и с учетом вышеуказанных условий, представлена в разд. 1. Проблема обратной реакции формулируется в разд. 2. Полученные результаты и некоторые открытые проблемы кратко обсуждаются в заключении.

1. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КВАРКОВ В МАП

Уравнение Дирака для кварковой подсистемы в сильных квазиклассических глюонных полях B_μ^C в $SU(N)$ КХД, представленное в форме, удобной для обсуждения, имеет вид

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu \delta_{ab} + g_s B_\mu^C(x) t_{ab}^C) m_q \delta_{ab}] \Psi_{q,b}(x) = 0, \quad (2)$$

где индексы $q = 1, \dots, N = N_f$ и $a, b = 1, \dots, N = N_c$ соответствуют аромату и цвету кварковых полей, тогда как индекс $C = 1, \dots, N_c^2 - 1$ обозначает цвет глюонных полей; матрицы t_{ab}^C определяются через матрицы Гелл-Манна $\lambda_{ab}^C = 2t_{ab}^C$; g_s является константой связи КХД.

МАП в калибровочной теории $SU(N)$ [3, 10–13] подчеркивает особую роль глюонных полей абелева типа $B_\mu^c(x)$, определяемых подмножеством (Картана) диагональных генераторов группы $SU(N)$, которые нумеруются индексом c :

$$t_{ab}^c = t_a^c \delta_{ab}. \quad (3)$$

Число диагональных генераторов равно $N_d = N - 1$ [10]. Соотношение (3) обеспечивает цветовую независимость кварковых полей при взаимодействии с глюонными полями из класса $\{B_\mu^C(x)\}$.

Примеры диагональных генераторов: для $SU(2)$ — матрица Паули σ^3 ($N_d = 1$, глюонное поле абелева типа $B_\mu^{c=3}$), для $SU(3)$ — матрицы Гелл-Манна λ^3 и λ^8 ($N_d = 2$, глюонные поля абелева типа $B_\mu^{c=3,8}$).

Для подмножества глюонных полей абелева типа связанная система (2) расщепляется на систему из N^2 независимых уравнений (без суммирования по a):

$$[\gamma^\mu (\partial_\mu + i g_s B_{\mu,a}(x)) m_q] \Psi_{qa}(x) = 0, \quad (4)$$

где эффективное поле абелева типа определяется как

$$B_{\mu,a}(x) = \sum_c^{N_d} B_\mu^c(x) t_a^c, \quad a = 1, \dots, N_c. \quad (5)$$

Данное расщепление исходной системы (2) на независимые уравнения (4) основано на специфическом *ad hoc* выборе глюонных полей и фиксирует их калибровку, но не вводит $U(1)$ -симметрию в уравнения (4). Сходство между уравнениями (4) и уравнением Дирака в квазиклассическом электромагнитном поле является чисто формальным. Тем не менее эта математическая аналогия позволяет адаптировать соответствующие методы из КЭД в условиях применимости уравнения (4).

Такая адаптация также позволяет использовать результаты непертурбативной кинетической теории, описывающей вакуумное рождение заряженных частиц в сильных зависящих от времени электрических полях в КЭД сильных полей [4–6] и графене [7, 8]. Используя эту аналогию, систему КУ для кварковой подсистемы с глюонными полями абелева типа с фиксированной поляризацией $\mu = 3$ можно записать в интегро-дифференциальной форме ($\xi = q, a$):

$$\begin{aligned} \dot{f}_\xi(\mathbf{p}, t) = & \frac{1}{2} \lambda_\xi(\mathbf{p}, t) \int_{t_0}^t dt' \times \\ & \times \lambda_\xi(\mathbf{p}, t') \left[1 - f_\xi(\mathbf{p}, t') - \tilde{f}_\xi(-\mathbf{p}, t') \right] \cos \theta_\xi(\mathbf{p}; t, t'), \end{aligned} \quad (6)$$

или в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{f}_\xi(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{2} \lambda_\xi(\mathbf{p}, t) u_\xi(\mathbf{p}, t), \quad (7)$$

$$\dot{u}_\xi(\mathbf{p}, t) = \lambda_\xi(\mathbf{p}, t) \left[1 - f_\xi(\mathbf{p}, t) - \tilde{f}_\xi(-\mathbf{p}, t) \right] - 2\varepsilon_\xi(\mathbf{p}, t) v_\xi(\mathbf{p}, t), \quad (8)$$

$$\dot{v}_\xi(\mathbf{p}, t) = 2\varepsilon_\xi(\mathbf{p}, t) u_\xi(\mathbf{p}, t), \quad (9)$$

где $f_\xi(\mathbf{p}, t)$ и $\tilde{f}_\xi(-\mathbf{p}, t)$ представляют собой функции распределения кварков и антикварков сорта ξ ; $v_\xi(\mathbf{p}, t)$ и $u_\xi(\mathbf{p}, t)$ — вакуумные поляризационные функции энергии и тока соответственно,

$$\lambda_\xi(\mathbf{p}, t) = g_s \varepsilon_{\perp \xi}(\mathbf{p}) \dot{B}_\xi(t) / \varepsilon_\xi^2(\mathbf{p}, t) \quad (10)$$

есть амплитуда вакуумных возбуждений;

$$\varepsilon_\xi(\mathbf{p}, t) = [\varepsilon_{\perp \xi}^2(\mathbf{p}) + P_\xi^2(t)]^{1/2}, \quad (11)$$

$$\varepsilon_{\perp \xi}(\mathbf{p}) = [m_q^2 + p_\perp^2]^{1/2} \quad (12)$$

представляют собой квазиэнергию и поперечную энергию, $p_\perp$ является поперечным импульсом, $P_\xi(t) = p^3 - g_s B_a(t)$ — третья компонента квазиимпульса с полем (5) ($\mu = 3$); и, наконец,

$$\vartheta_\xi(\mathbf{p}; t, t') = 2 \int_{t'}^t d\tau \varepsilon_\xi(\mathbf{p}, \tau) \quad (13)$$

является высокочастотной фазой.

Подробности вывода КУ (6)–(9) можно найти в [5, 14, 15] (КЭД сильных полей) и [7, 8] (графен).

Как правило, кинетическая теория, основанная на КЭД, включает условие электронейтральности, обеспечивающее равенство функций распределения электронов и позитронов и приводящее к множителю $1 - 2f(\mathbf{p}, t)$. В настоящей формулировке кинетической теории подобное условие отсутствует и $f_\xi(\mathbf{p}, t) \neq \tilde{f}_\xi(-\mathbf{p}, t)$. Однако (согласно выводу КУ (7)–(9)) скорости рождения кварков и антикварков совпадают, т. е.

$$\dot{f}_\xi(\mathbf{p}, t) = \dot{\tilde{f}}_\xi(-\mathbf{p}, t), \quad (14)$$

из чего следует, что

$$\tilde{f}_\xi(-\mathbf{p}, t) = f_\xi(\mathbf{p}, t) + \varphi_\xi(\mathbf{p}) \leq 1 \quad (15)$$

в любой момент времени.

Хотя электродинамические процессы не включены в настоящий формализм, закон сохранения заряда все же необходимо учитывать. Согласно уравнению (15) функции $\varphi_\xi(\mathbf{p})$ описывают нарушения электронейтральности для каждого типа кварков в начальный момент времени, соответствующий деконфайнменту. Эти нарушения сохраняются также при $t \geq t_0$.

Влияние нескомпенсированных зарядов на вакуумное рождение кварков может быть учтено в КУ (6) и (7)–(9) следующим образом:

$$\dot{f}_\xi(t) = S_\xi(t) + \frac{1}{2}\lambda_\xi(t) \int_{t_0}^t dt' \lambda_\xi(t') [1 - 2f_\xi(t')] \cos \theta_\xi(t, t') \quad (16)$$

и

$$\dot{f}_\xi(t) = S_\xi(t) + \frac{1}{2}\lambda_\xi(t)u_\xi(t), \quad (17)$$

$$\dot{u}_\xi(t) = \lambda_\xi(t) [1 - 2f_\xi(t)] - 2\varepsilon_\xi(t)v_\xi(t), \quad (18)$$

$$\dot{v}_\xi(t) = 2\varepsilon_\xi(t)u_\xi(t), \quad (19)$$

где

$$S_\xi(t) = -\frac{1}{2}\varphi_\xi\lambda_\xi(t) \int_{t_0}^t dt' \lambda_\xi(t') \cos \theta_\xi(t, t') \quad (20)$$

является источником вакуумного рождения кварков, обусловленным нескомпенсированными электрическими зарядами в различных кварковых подсистемах. Для простоты импульсная зависимость в уравнениях (16)–(20) опущена.

2. ПРОБЛЕМА ОБРАТНОЙ РЕАКЦИИ

В определенных условиях механизм обратной реакции может играть важную роль в предравновесной эволюции КГП, образующейся в столкновениях ионов. В $SU(3)$ КХД полная система уравнений, описывающая механизм обратной реакции, состоит из системы кварковых КУ (16) (или (17)–(19)), дополненной уравнениями для квазиклассических глюонных полей, генерируемых сильными встречно распространяющимися первичными кварковыми токами в проекции на глюонное цветовое пространство (см. ниже (25)–(27)):

$$D_\mu G_A^{\mu\nu}(x) \equiv \partial_\mu G_A^{\mu\nu}(x) + g_s f_{ABC} B_{\mu B}(x) G_C^{\mu\nu}(x) = j_A^\nu(x), \quad (21)$$

где

$$G_A^{\mu\nu}(x) \equiv \partial^\mu B_A^\nu(x) - \partial^\nu B_A^\mu(x) + g_s f_{ABC} B_B^\mu(x) B_C^\nu(x) \quad (22)$$

и f_{ABC} являются структурными константами группы $SU(3)$.

Адаптируем уравнения (21) к рассматриваемой ситуации. Для пространственно-однородной системы в калибровке (1) тензор поля (22) принимает вид

$$G_A^{30}(t) = -G_A^{03}(t) = \dot{B}_A(t) \quad (23)$$

и, следовательно, согласно уравнению (21)

$$\ddot{B}_A = j_A^{\mu=3}, \quad (24)$$

что соответствует абелеву варианту теории [16].

Уравнения (21)–(24) записаны в глюонном цветовом пространстве. Это замечание также относится к кварковым токам $j_A^\mu(x)$ в уравнениях (21) и (24). Связь с кварковым током в собственном цветовом пространстве задается соотношением [17]

$$j_q^{\mu C}(x) = g_s \sum_{a,b} t_{ab}^C \langle 0_{\text{in}} | \bar{\Psi}_{qa}(x) \gamma^\mu \Psi_{qb}(x) | 0_{\text{in}} \rangle. \quad (25)$$

В рамках данного подхода можно использовать уравнение (5) для получения связи между токами в цветовых пространствах кварков (справа) и глюонов (слева):

$$j^{\mu c}(x) = g_s \sum_{q,a} t_a^c J_{qa}^\mu(x), \quad (26)$$

где

$$J_{qa}^\mu(x) = \langle 0_{\text{in}} | \bar{\Psi}_{qa}(x) \gamma^\mu \Psi_{qa}(x) | 0_{\text{in}} \rangle. \quad (27)$$

Третья компонента тока (26) присутствует в правой части уравнения (24) для $A = c$.

Из уравнения (24) можно вывести уравнение для эффективных абелевых комбинаций глюонных полей (5):

$$\ddot{B}_a(t) = g_s \sum_{q,b,c} t_a^c t_b^c J_{q,b}^{\mu=3}(t). \quad (28)$$

В рассматриваемой постановке задачи уравнение (28) дополняет систему кинетических уравнений (16) (или (17)–(19)) до полной системы уравнений проблемы обратной реакции. Плотность кваркового тока (27) может быть выражена через базовые функции $f_\xi(\mathbf{p}, t)$ и $u_\xi(\mathbf{p}, t)$ с использованием кинетической теории [16, 18].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В отличие от первоначальной серии работ [2], посвященных непертурбативному кинетическому описанию вакуумного рождения партонов в сильном $U(1)$ калибровочном поле, настоящая формулировка теории представляет собой корректную реализацию МАП для $SU(N)$ КХД, в рамках которой была получена замкнутая система самосогласованных уравнений с учетом обратной реакции. Это приводит к увеличению числа соответствующих уравнений и учитывает новые особенности (например, нарушение условия электронеutrальности). Данная модель представляет

интерес для дальнейшего исследования предравновесной стадии эволюции КГП (см., например, [19]).

Благодарности. Авторы благодарят А. С. Парвана за внимание и поддержку этой работы.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schmidt S. M., Blaschke D., Roepke G., Smolyansky S. A., Prozorkevich A. V., Toneev V. D. A Quantum Kinetic Equation for Particle Production in the Schwinger Mechanism // Intern. J. Mod. Phys. 1998. V.7. P.709–718; arXiv:9809227 [hep-ph].
2. Vinnik D. V., Mizerny V. A., Prozorkevich A. V., Smolyansky S. A., Toneev V. D. Kinetic Description of Vacuum Particle Production in Collisions of Ultrarelativistic Nuclei // Phys. At. Nucl. 2001. V.64. P.775–786.
3. 't Hooft G. Topology of the Gauge Condition and New Confinement Phases in Non-Abelian Gauge Theories // Nucl. Phys. B. 1981. V.190. P.455–478.
4. Grib A. A., Mamaev S. G., Mostepanenko V. M. Vacuum Quantum Effects in Strong Fields. St. Petersburg: Friedmann Lab. Publ., 1994.
5. Aleksandrov I. A., Dmitriev V. V., Sevostyanov D. G., Smolyansky S. A. Kinetic Description of Vacuum e^+e^- Production in Strong Electric Fields of Arbitrary Polarization // Eur. Phys. J. Special Topics. 2020. V.229. P.3469–3485; arXiv:2004.02179 [hep-ph].
6. Bloch J. C. R., Mizerny V. A., Prozorkevich A. V., Roberts C. D., Schmidt S. M., Smolyansky S. A., Vinnik D. V. Pair Creation: Back Reactions and Damping // Phys. Rev. D. 1999. V.60. P.116011; arXiv:9907027 [nucl-th].
7. Smolyansky S. A., Panferov A. D., Blaschke D. B., Gevorgyan N. T. Kinetic Equation Approach to Graphene in Strong External Fields // Particles. 2020. V.3. P.456–476; arXiv:2004.03759 [physics].
8. Gavrilo S. P., Gitman D. M., Dmitriev V. V., Panferov A. D., Smolyansky S. A. Radiation Problems Accompanying Carrier Production by an Electric Field in the Graphene // Universe. 2020. V.6. P.205; arXiv:2010.10184 [hep-th].
9. Aleksandrov I. A., Kudlis A., Klochai A. I. Kinetic Theory of Vacuum Pair Production in Uniform Electric Fields Revisited // Phys. Rev. Res. 2024. V.6. P.043009; arXiv:2403.17204v2 [hep-ph].
10. Del Debbio L., Di Giacomo A., Lucini B., Paffuti G. Abelian Projection in $SU(N)$ Gauge Theories. arXiv:0203023 [hep-lat]. 2002.
11. Di Giacomo A., Paffuti G. The Abelian Projection Revisited. arXiv:0309019 [hep-lat]. 2003.
12. Kei-Ichi Kondo. Abelian-Projected Effective Gauge Theory of QCD with Asymptotic Freedom and Quark Confinement // Phys. Rev. D. 1998. V.57. P.7467–7487; arXiv:9709109 [hep-th].
13. Maedan S., Matsubara Y., Suzuki T. Abelian Confinement Mechanism and the QCD Vacuum // Prog. Theor. Phys. 1990. V.84. P.130–141.
14. Blaschke D. B., Smolyansky S. A., Panferov A., Juchnowski L. Particle Production in Strong Time-Dependent Fields // Proc. Helmholtz Intern. Summer

- School 2016 (HQ 2016) “Quantum Field Theory at the Limits: From Strong Fields to Heavy Quarks”. 2017. P. 1–23; arXiv:1704.04147 [hep-ph].
15. *Pervushin V. N., Skokov V. V.* Kinetic Description of Fermion Production in the Oscillator Representation // *Acta Phys. Polon. B.* 2006. V. 37. P. 2587–2600; arXiv:0611780 [astro-ph].
 16. *Aleksandrov I. A., Panferov A. D., Smolyansky S. A.* Radiation Signal Accompanying the Schwinger Effect // *Phys. Rev. A.* 2021. V. 103. P. 053107; arXiv:2101.03507 [physics.plasm-ph].
 17. *Yndurain F. J.* The Theory of Quark and Gluon Interactions. Berlin; Heidelberg: Springer, 2006.
 18. *Blaschke D. B., Dmitriev V. V., Roepke G., Smolyansky S. A.* BBGKY Kinetic Approach for an e^-e^+ Gamma Plasma Created from the Vacuum in a Strong Laser-Generated Electric Field: The One-Photon Annihilation Channel // *Phys. Rev. D.* 2011. V. 84. P. 085028; arXiv:1105.5397 [hep-ph].
 19. *Prozorkevich A. V., Smolyansky S. A., Skokov V. V., Zabrodin E. E.* Vacuum Creation of Quarks at the Time Scale of QGP Thermalization and Strangeness Enhancement in Heavy-Ion Collisions // *Phys. Lett. B.* 2004. V. 583. P. 103–110; arXiv:0401056 [nucl-th].