

СШИВКА ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ С УРАВНЕНИЕМ АДРОННОГО ГАЗА КАК ИНСТРУМЕНТ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЫ

А. В. Ануфриев^{1,*}, *В. Н. Коваленко*^{1,**}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Рассматривается сшивка голографического уравнения состояния с уравнением адронного резонансного газа для изучения свойств ядерной материи в рамках релятивистских столкновений тяжелых ионов. Методы машинного обучения применяются для настройки свободных параметров модели с использованием результатов решеточной квантовой хромодинамики для физических значений масс кварков. Одна из наиболее продвинутых процедур сшивки применяется с использованием функции, которая аппроксимирует предельное поведение обеих моделей. Окончательные адронные спектры получены в рамках многоступенчатого численного метода с использованием пакетов iEBE-MUSIC и SMASH-vHLL. Код релятивистской гидродинамики модифицирован путем внедрения табличного голографического уравнения состояния, что позволяет моделировать эволюцию кварк-глюонной плазмы с динамически генерируемыми начальными условиями с помощью трехмерной модели Глаубера по методу Монте-Карло и SMASH. На стадии вымораживания используются гибридные подходы iSS + UrQMD и Hadron Sampler + SMASH.

We discuss the matching of the holographic equation of state with the equation of Hadron Resonance Gas for studying the nuclear matter properties within the framework of relativistic heavy-ion collisions. Machine learning methods are applied to the calibration of model's free parameters using the lattice QCD results for the physical values of quark masses. One of the most advanced procedures for matching is used with the function that approximates behavior of both models. Final hadronic spectra are obtained within multi-staged numerical approach of iEBE-MUSIC and SMASH-vHLL packages. The code of relativistic hydrodynamics is modified by implementing a tabulated holographic equation of state, enabling simulations of quark–gluon plasma evolution with dynamically generated initial conditions via the 3D Monte Carlo Glauber Model and SMASH. Hybrid iSS + UrQMD and Hadron Sampler + SMASH approaches are utilized at the freeze-out stage.

PACS: 25.75.–q; 12.38.Mh; 24.10.Nz

* E-mail: anton.anufriev@spbu.ru

** E-mail: v.kovalenko@spbu.ru

ВВЕДЕНИЕ

Изучение фазовой диаграммы кварк-глюонной плазмы (КГП) становится особенно актуальным в современных исследованиях, так как предполагается, что данная особая фаза вещества обладает свойствами, сходными с релятивистской жидкостью [1]. В последние годы модель релятивистской гидродинамики [2] приобрела значительную популярность. Уравнение состояния (EoS), общая форма которого остается неизвестной, успешно аппроксимируется в рамках КХД на решетке при барионных потенциалах, близких к нулю, в предположении плавного кроссоверного перехода в этой области [3]. Однако при ненулевых значениях μ_B , которые обычно связаны с наличием критической точки в кварк-глюонной плазме, возникает «проблема знака» из-за неопределенности фермионного определителя [4], что позволяет рассматривать более экзотические варианты.

В 1998 г. Х. Малдасена предложил строгую формулировку AdS/CFT-дуальности [5], которая в дальнейшем позволила рассмотреть преимущества этого подхода в низкоэнергетическом пределе теории струн, открыв рабочую область дуальности AdS/QCD [6]. Ярким примером такого подхода является цикл исследований теоретической группы И. Я. Арефьевой [7], в рамках которого предполагается введение дополнительного скалярного дилатонного поля в рамках классического действия Эйнштейна–Максвелла, дополненного реализацией метода восстановления потенциала. Предположение о нулевых массах кварков, которое характерно для кирального предела в исследованиях квантовой хромодинамики на решетке, эффективно восстанавливается путем выбора коэффициента деформации с определенным набором предсказанных свободных параметров для исходного анзаца, как это было сделано, например, в [8]. В рамках исследований предравновесного состояния с помощью голографического подхода И. Я. Арефьева и А. А. Голубцова [9] предложили применять анизотропные метрики типа Лифшица в гравитационной модели для описания анизотропных свойств дуальной кварк-глюонной материи, проявляющихся на масштабах времен, соответствующих времени изотропизации $\tau \approx 1$ фм/с [10] и вносящих серьезный вклад в экспериментально измеряемые анизотропные потоки [11, 12]. В дальнейших работах указанной группы авторов идея анизотропных метрик была распространена и на задачи изучения фазовой диаграммы КХД, что учитывается в рамках данного исследования.

Голографический подход в рамках численного моделирования столкновений тяжелых ионов ранее использовался в контексте описания предравновесной динамики и начальных условий для гидродинамического расчета [13, 14]. Однако, как было отмечено нами [15, 16], голографические уравнения состояния, определяющие термодинамику КГП в равновесном состоянии, часто остаются теоретическими концепциями и редко используются для интерпретации имеющихся эксперименталь-

ных данных и численных предсказаний, что мотивирует нас предложить практический способ для внедрения голографического подхода в программные пакеты численного моделирования эволюции ядерной материи в рамках релятивистских столкновений тяжелых ионов. Данное исследование посвящено традиционной проблеме сшивки уравнения состояния в рамках гидродинамического моделирования с уравнением адронного газа при малых температурах. Изучив опыт решеточных уравнений по данному вопросу, мы выбрали один из самых продвинутых методов среди существующих в настоящее время, что позволяет исключить проблемы с законами сохранения, которые возникали на более ранних этапах в истории развития процедур такой сшивки [17].

1. ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПОДХОДЫ

В этом исследовании рассматривается уравнение состояния, полученное с использованием голографического подхода «снизу вверх» (bottom-up) с мягкой стенкой, что позволяет связать квазиконформную теорию КХД с классической гравитацией в пространстве AdS размерности 5, как предложено в работе [8].

Вводится особая форма начального анзаца:

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} B(z) \left[-g(z) dt^2 + dx^2 + \left(\frac{z}{R} \right)^{2-\frac{2}{\nu}} dy_1^2 + \left(\frac{z}{R} \right)^{2-\frac{2}{\nu}} dy_2^2 + \frac{dz^2}{g(z)} \right]. \quad (1)$$

Здесь R — размерный коэффициент, который для метрики Пуанкаре соответствовал бы радиусу AdS (мы используем $R = 1$ для дальнейших вычислений; это типичный выбор для теоретических работ и не уменьшает общности приведенных выше выражений), $g(z)$ — функция почернения, определяющая термодинамическое поведение черной браны. Параметр ν контролирует пространственную анизотропию компонент метрики. При этом $\nu = 1$ соответствует изотропному случаю, а выбор $\nu = 4,5$, как было показано в [9], является наилучшим для анизотропной модели в контексте восстановления экспериментально наблюдаемой зависимости плотности множественности заряженных адронов от энергии столкновения.

Коэффициент деформации $B(z)$ из уравнения (1) в [18] соответствует модели «легких кварков» и был выбран таким образом, чтобы восстановить результаты расчетов КХД решетки в пределе от $m_q \rightarrow 0$. Таким образом,

$$B(z) = \exp(2A(z)), \quad (2)$$

$$A(z) = d \ln(az^2 + 1) + d \ln(bz^4 + 1). \quad (3)$$

Данный подход позволяет получить связь основных термодинамических величин с гравитационными параметрами черной браны, результаты чего были показаны в наших предыдущих работах.

После подготовки полученного уравнения состояния к численному моделированию мы внедряем его в пакеты для релятивистской гидродинамики MUSIC [19] и VHLLE [20].

Финальные адронные спектры вычисляются с применением многоступенчатого подхода, включающего в себя модели 3D MC Glauber [21] и SMASH [22] для получения начальных условий гидродинамики. Кроме того, на этапе вымораживания применяются пакеты iSS [23] и Hadron Sampler [24], а постэволюция адронов рассматривается в контексте транспортных моделей UrQMD [25] и SMASH в режиме «afterburner».

Так как гидродинамическое моделирование требует детальной настройки начальных условий и параметров самой модели (например, для включения вязкости), на данной стадии наших исследований мы конструируем полноценную методологию и не предполагаем существенного согласования предсказаний моделирования с экспериментальными результатами. Данная задача будет решена в более поздних исследованиях.

2. НАСТРОЙКА МОДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ И СШИВКА ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С АДРОННЫМ ГАЗОМ

Основной проблемой данной работы является вопрос о сшивке уравнения состояния, применяемого в рамках численного моделирования, с уравнением адронного газа, широко обсуждаемый в литературе (см., например, обзор [17]). Среди основных аргументов, высказываемых в пользу данной процедуры, можно выделить необходимость соответствия предсказаний термодинамики алгоритму вымораживания Купера–Фрая [26], подразумевающего свободный адронный газ в конечном состоянии. Кроме того, этот вопрос оказывается принципиальным для многоступенчатого моделирования, применяемого в данной работе, так как транспортные модели, предсказывающие поведение адронного состояния после вымораживания, также включают уравнение адронного газа в качестве основного.

Наши предыдущие исследования фокусировались на необходимости настройки гидродинамической модели на решеточные результаты с экспериментальными значениями масс легких мезонов, что соответствует случаю физических масс кварков. Это связано с тем, что традиционно для настройки применяются данные, полученные в рамках кирального или тяжелого предела, что мы не рассматриваем в качестве хороших аппроксимаций для реалистичного численного моделирования. На данном этапе в качестве начальных данных мы рассматриваем результаты работы [27], вручную комбинируя точки для настраиваемых термодинамических величин (их выбор обсуждался в нашей работе [15]) с предсказаниями адронного газа для температур < 180 МэВ (что примерно соответствует термодинамике после фазового перехода). Данный набор точек мы получаем из уравнения адронного газа в рамках пакета Thermal FIST [28] (что соответствует уравнению состояния SMASH и UrQMD).

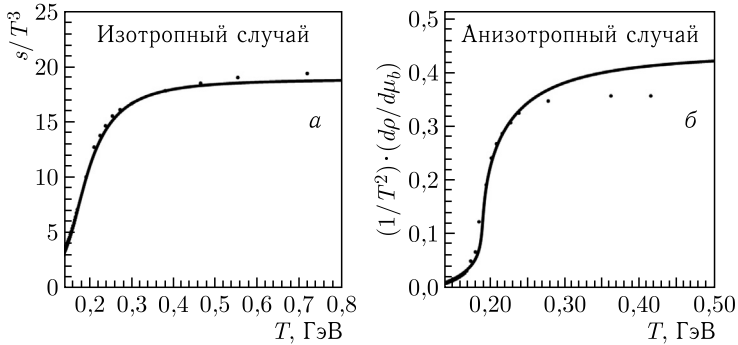


Рис. 1. Результат фитирования соотношения s/T^3 для изотропной (а, кривая) и анизотропной (б, кривая) модели. Точки для $T > 0,18$ ГэВ — решеточные результаты для физических масс кварков [27]. В области $T < 0,18$ ГэВ в качестве точек используются результаты уравнения адронного газа, полученные в пакете Thermal-FIST [28]

Результаты соответствующей настройки с применением машинного обучения (алгоритм приведен в работе [16]) демонстрируются на рис. 1. Для изотропной модели можно видеть удовлетворительное согласие для большого диапазона температур, в то время как в рамках анизотропного случая наблюдаются некоторые отклонения в области $T > 0,25$. Очевидно, что данная проблема связана с неподходящим качественным поведением указанной кривой для кварковой восприимчивости, что определяется не подбором численных параметров, а общим видом деформационного фактора (3). Такое расхождение указывает на то, что использование фактора для легких кварков в данном случае является не наилучшим выбором (но и не худшим, так как для изотропного случая фит удался), что может быть исправлено лишь при отдельном поиске наилучшей формы деформации начального анзаца для начальных решеточных данных, которые мы используем. Данное исследование с применением машинного обучения мы планируем провести в дальнейшем, считая полученные результаты приемлемыми для исследования, так как похожая проблема в наших более ранних работах [15, 16] не приводила к серьезным расхождениям в контексте адронных спектров.

Данный способ настройки обеспечивает нам сшивку лишь при нулевых барионных потенциалах, тогда как основным преимуществом голографического подхода мы называли возможность исследования широкой области фазовой диаграммы. Для того чтобы включить это преимущество, автоматически обеспечивая соблюдение законов сохранения в рамках гидродинамики, мы применяем подход авторов уравнения NEOS, детали которого подробно изложены в работе [29]. Подход подразумевает получение основных термодинамических величин в виде линейной комбинации подхода голографии и адронного газа с динамическими коэффи-

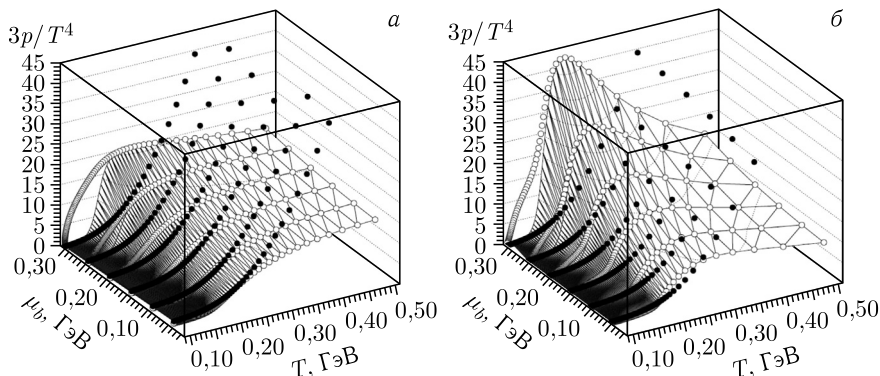


Рис. 2. Результаты сшивки голографического уравнения с уравнением адронного газа для изотропного случая (а) и анизотропного (б). Светлыми и темными кружками обозначены предсказания голографии и адронного газа соответственно, а черной сетке соответствует результат со сшивкой

циентами, зависящими от температуры и барионного потенциала. Такую зависимость обеспечивает выбор «переключающей функции», которая в нашей работе, как и в вышеупомянутом исследовании, взята в виде

$$f(T, \mu_b) = \tanh \left(T - \frac{T_c(\mu_b)}{\Delta T_c} \right).$$

Сшивающая температура $T_c(\mu_b)$ получена из подробного исследования химического вымораживания, а $\Delta T_c = 0,1 T_c(0)$.

Такой подход позволяет обеспечить гладкую аппроксимацию обоих подходов в соответствующих температурных областях, как показано на рис. 2.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты многоступенчатого моделирования в рамках iEBE-MUSIC и SMASH-vHLL с применением голографического уравнения состояния, сшитого с уравнением адронного газа в кинематической области эксперимента NA49 для наиболее центральных столкновений при $\sqrt{s} = 8,9$ ГэВ [30], приведены на рис. 3, а и б соответственно.

В связи с высокой чувствительностью гидродинамики к начальным условиям важно указать, что в двух приведенных случаях для 3D MC Glauber и SMASH были заданы одинаковые начальные параметры для моделирования со всеми тремя использованными уравнениями для обеспечения чистого сравнения полученных результатов.

Нельзя было ожидать значительных отличий полученных результатов моделирования по сравнению с предсказаниями из нашей предыдущей работы, сделанными без учета процедуры сшивки ([16], рис. 7 и 8),

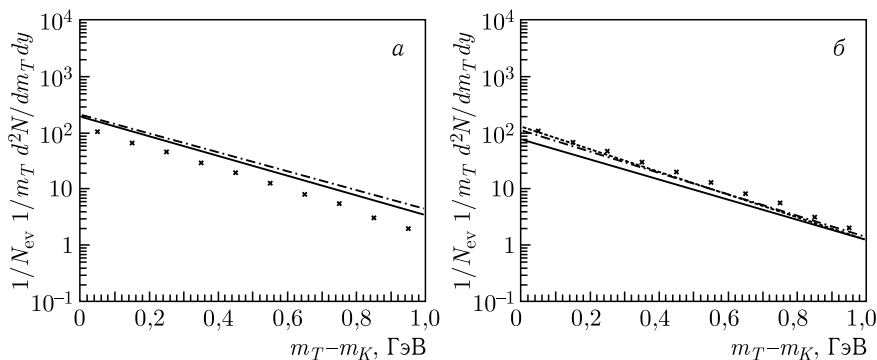


Рис. 3. Результаты расчетов спектров m_T для K^+ в подходе iEBE-MUSIC (а) и SMASH-vHLL (б) с применением уравнения состояния с включенной сшивкой. Сплошная линия соответствует изотропному уравнению состояния, пунктирная — анизотропному, штрихпунктирная — референсному уравнению (NEOS [29] в случае iEBE-MUSIC, AZ Hydro [31] для SMASH-vHLL). Точки взяты для данных эксперимента NA49 [30]

так как изменения подхода не являются существенными по сравнению, например, с альтернативным выбором деформирующего фактора. Однако в связи с адаптацией процедуры сшивки из уравнения NEOS следовало ожидать улучшения согласования наших результатов с предсказаниями гидродинамики для указанного референса, что, действительно, наблюдается в сравнении с предыдущими результатами.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке СПбГУ, шифр проекта 103821868.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adams J. et al. (STAR Collab.). Experimental and Theoretical Challenges in the Search for the Quark Gluon Plasma: The STAR Collaboration's Critical Assessment of the Evidence from RHIC Collisions // Nucl. Phys. A. 2005. V. 757. P. 102.
2. Ollitrault J.-Y. Relativistic Hydrodynamics for Heavy-Ion Collisions // Eur. J. Phys. 2008. V. 29. P. 75.
3. Bazavov A. et al. (HotQCD Collab.). Equation of State in (2 + 1)-Flavor QCD // Phys. Rev. D. 2014. V. 90. P. 094503.
4. Stephen D., Reeb D. On the Sign Problem in Dense QCD // Intern. J. Mod. Phys. A. 2010. V. 25. P. 53.
5. Maldacena J. The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity // Adv. Theor. Math. Phys. 1998. V. 2. P. 231.

6. *Erllich J., Katz E., Son D. T., Stephanov M. A.* QCD and a Holographic Model of Hadrons // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 95. P. 261602.
7. *Li M., Yang Y., Yang P.* Approaching Confinement Structure for Light Quarks in a Holographic Soft Wall QCD Model // *Phys. Rev. D.* 2017. V. 96. P. 066013.
8. *Aref'eva I. Ya., Rannu K., Slepov P.* Holographic Anisotropic Model for Light Quarks with Confinement-Deconfinement Phase Transition // *JHEP.* 2021. V. 06. P. 090.
9. *Aref'eva I. Ya., Golubtsova A. A.* Shock Waves in Lifshitz-Like Spacetimes // *JHEP.* 2015. V. 04. P. 011.
10. *Bhattacharya L., Roy P.* Measuring Isotropization Time of Quark-Gluon-Plasma from Direct Photon at RHIC // *Phys. Rev. C.* 2009. V. 79. P. 054910.
11. *Adler S. et al. (PHENIX Collab.).* Elliptic Flow of Identified Hadrons in Au + Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ -GeV // *Phys. Rev. Lett.* 2003. V. 91. P. 182301.
12. *Adams S. et al. (STAR Collab.).* Elliptic Flow of Identified Hadrons in Au + Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 92. P. 052302.
13. *Romatschke P., Drew Hogg J.* Pre-Equilibrium Radial Flow from Central Shock-Wave Collisions in AdS₅ // *JHEP.* 2013. V. 04. P. 048.
14. *van der Schee W., Romatschke P., Pratt S.* Fully Dynamical Simulation of Central Nuclear Collisions // *Phys. Rev. Lett.* 2013. V. 111. P. 022.
15. *Anufriev A., Kovalenko V.* Application of the Holographic Equation of State for Numerical Modeling of the Evolution of Quark-Gluon Plasma. arXiv:2504.20207 [nucl-th].
16. *Anufriev A., Kovalenko V.* Application of the Holographic Equations of State for Modeling Experiments on Heavy Ion Collisions. arXiv:2510.03157 [nucl-th].
17. *Huovinen P., Petreczky P.* QCD Equation of State and Hadron Resonance Gas // *Nucl. Phys. A.* 2010. V. 1–2. P. 837.
18. *Chen X., Huang M.* Flavor Dependent Critical Endpoint from Holographic QCD through Machine Learning // *JHEP.* 2025. V. 02. P. 123.
19. *Schenke B., Jeon S., Gale C.* 3 + 1D Hydrodynamic Simulation of Relativistic Heavy-Ion Collisions // *Phys. Rev. C.* 2010. V. 82. P. 014903.
20. *Schäfer A., Karpenko I.* Particle Production in a Hybrid Approach for a Beam Energy Scan of Au + Au/Pb + Pb Collisions between $\sqrt{s_{NN}} = 4.3$ GeV and $\sqrt{s_{NN}} = 200.0$ GeV // *Eur. Phys. J. A.* 2022. V. 58. P. 230.
21. *Shen C., Schenke B.* Dynamical Initial State Model for Relativistic Heavy-Ion Collisions // *Phys. Rev. C.* 2018. V. 97. P. 024907.
22. *Weil J., Steinberg V., Staudenmaier J. et al.* Particle Production and Equilibrium Properties within a New Hadron Transport Approach for Heavy-Ion Collisions // *Phys. Rev. C.* 2016. V. 94. P. 054905.
23. *Shen C., Qiu Z. et al.* The iEBE-VISHNU Code Package for Relativistic Heavy-Ion Collisions // *Comput. Phys. Commun.* 2016. V. 61. P. 199.
24. *Karpenko I. et al.* Estimation of the Shear Viscosity at Finite Net-Baryon Density from A + A Collision Data at $\sqrt{s_{NN}} = 7.7–200$ GeV // *Phys. Rev. C.* 2015. V. 91. P. 064901.
25. *Bass S. A. et al.* Microscopic Models for Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 1998. V. 41. P. 255.
26. *Cooper F., Frye G.* Single-Particle Distribution in the Hydrodynamic and Statistical Thermodynamic Models of Multiparticle Production // *Phys. Rev. D.* 1974. V. 10. P. 186.

27. *Cheng M. et al.* QCD Equation of State with Almost Physical Quark Masses // Phys. Rev. D. 2008. V. 77. P. 014511.
28. *Vovchenko V., Stoecker H.* Thermal-FIST: A Package for Heavy-Ion Collisions and Hadronic Equation of State // Comput. Phys. Commun. 2019. V. 244. P. 395–310.
29. *Monnai A., Schenke B., Shen C.* Equation of State at Finite Densities for QCD Matter in Nuclear Collisions // Phys. Rev. C. 2019. V. 100. P. 024907.
30. *Afanasyev S. et al. (NA49 Collab.).* Energy Dependence of Pion and Kaon Production in Central Pb + Pb Collisions // Phys. Rev. C. 2002. V. 66. P. 054902.
31. *He M., Fries R.J., Rapp R.* Ideal Hydrodynamics for Bulk and Multistrange Hadrons in $\sqrt{s_{NN}} = 200A$ GeV Au–Au Collisions // Phys. Rev. C. 2012. V. 85. P. 044911.