

ПРОЯВЛЕНИЕ АНИЗОТРОПНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ НА ОСНОВЕ ПОСЛЕДНИХ ДАННЫХ ПО ИСПУСКАНИЮ ПИОНОВ И КАОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ BM@N

А. Т. Дьяченко^{1, *}

¹ Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I, Санкт-Петербург, 190031, Россия

Разрабатывается неравновесный гидродинамический подход, в котором неравновесное состояние ядерной среды описывается путем совместного решения кинетического уравнения и уравнений гидродинамики. Показано, что в соответствии с решением кинетического уравнения эффективная температура может зависеть от угла вылета частиц. Такая анизотропная гидродинамика с выделением hot spot находится в согласии с экспериментальными данными коллаборации BM@N для пионов и каонов в столкновениях ионов ^{40}Ar с различными мишенями при энергии 3,2 ГэВ/нуклон. Первое сравнение нашего подхода с экспериментальными данными, полученными для дифференциальных выходов протонов, дейтронов и тритонов в эксперименте коллаборации BM@N с теми же ядрами, оказалось вполне успешным.

We develop a nonequilibrium hydrodynamic approach in which the nonequilibrium state of the nuclear medium is described by solving the kinetic equation and the hydrodynamic equations together. It is shown that, in accordance with the solution of the kinetic equation, the effective temperature can depend on the particle emission angle. This anisotropic hydrodynamics with hot spot identification is in agreement with the experimental data of the BM@N collaboration for pions and kaons in collisions of ^{40}Ar ions with various targets at an energy of 3.2 GeV/nucleon. The first comparison of our approach with the experimental data obtained for the differential yields of protons, deuterons, and tritons in the BM@N collaboration experiment with the same nuclei turned out to be quite successful.

PACS: 25.10.+s

ВВЕДЕНИЕ

Исследование уравнения состояния ядерной материи в столкновениях тяжелых ионов высоких энергий является несомненно основной задачей ядерной физики [1, 2]. В эксперименте коллаборации BM@N недавно

* E-mail: dyachenko_a@mail.ru

были найдены двойные дифференциальные распределения по поперечному импульсу и скорости положительно заряженных пионов и каонов [3]. Распределения вторичных частиц по поперечному импульсу могут быть описаны с использованием больцмановского распределения подгонкой с различными температурами при разных скоростях [3]. Можно сказать, что «поперечная температура» получается примерно вдвое меньше «продольной температуры».

На наш взгляд, это может быть рассмотрено на основе анизотропной неравновесной гидродинамики. Заметим, что анизотропная гидродинамика известна сравнительно давно для ультрарелятивистских энергий (см., например, [4, 5], а также [6], где анализировались ударные волны в анизотропной гидродинамике).

В наших работах [7–9] мы развиваем квантовый неравновесный гидродинамический подход, в котором неравновесное состояние ядерной среды описывается путем совместного решения кинетического уравнения и уравнений гидродинамики. В работах [8, 9] нами была установлена связь уравнений гидродинамики с эффективными уравнениями Шредингера и Клейна–Фока–Гордона. В таком подходе могут быть описаны [10, 11] многие особенности инклюзивных дифференциальных спектров испускаемых вторичных частиц в столкновениях тяжелых ионов, включая кумулятивный эффект [12, 13]. При этом описании является существенным выделение образующегося *hot spot* и обнаружено преимущество по сравнению со стандартными каскадными расчетами при описании имеющихся экспериментальных данных. В нашем неравновесном гидродинамическом подходе применительно к данным работы [3] оказывается возможным представлять функцию распределения нуклонов в форме, зависящей от эллипсоида в импульсном пространстве с полуосями, пропорциональными продольной и поперечной температурам в собственной системе отсчета.

Далее показано, что в соответствии с решением кинетического уравнения эффективная температура может зависеть от угла вылета частиц (разд. 1). Такая анизотропная гидродинамика с выделением *hot spot* находится в согласии с экспериментальными данными [3] для пионов и каонов (разд. 2). Первое сравнение нашего подхода с экспериментальными данными, полученными для дифференциальных выходов протонов, дейтронов и тритонов в эксперименте коллаборации BM@N [14] с теми же ядрами, что и в работе [3], оказалось вполне успешным. В заключении приведены основные выводы.

1. АНИЗОТРОПНАЯ ГИДРОДИНАМИКА

Уравнения анизотропной гидродинамики могут быть получены на основе нашего квантового гидродинамического подхода [7–9], связанного с уравнением Клейна–Фока–Гордона. Неравновесное состояние ядерной

системы описывается в результате решения кинетического уравнения

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0 - f}{\tau} + \nu(f_0 - f)^2, \quad (1)$$

где $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{t})$ — искомая нуклонная функция распределения; f_0 — равновесная функция распределения; τ — время релаксации; ν — параметр при разложении столкновительного члена до второго порядка для отклонения f от f_0 . Решение уравнения (1) ищем в виде

$$f = f_1 q + f_0(1 - q), \quad (2)$$

где $q = 2/(e^{t/\tau} + 1)$ — релаксационный фактор; f_1 — неравновесная функция распределения. Это может рассматриваться как обобщение известного приближения с $\nu = 0$, когда используется $q = \exp(-t/\tau)$. В нашем подходе уравнение (1) в приближении (2) решается численно совместно с уравнениями гидродинамики с учетом вязкости в релаксационном приближении и находится q , но можно указать здесь возможное аналитическое решение задачи.

Для эволюции плотности энергии в результате релаксации находим из (2)

$$E_i = (E_1 + E_0)q + 3E_0(1 - q), \quad (3)$$

где E_1 , E_0 — продольная неравновесная и равновесная энергии для одной степени свободы соответственно. Если положить начальную продольную энергию $E_i = E_1 + E_0$, то из (3) можно выразить $E_0 = E_1/2$, когда неравновесная часть E_1 переходит в две поперечных равновесных части E_0 . Также и соответствующие бoльцмановские температуры T_0 , T_1 связаны соотношением

$$T_0 = T_1/2, \quad (4)$$

что наблюдается в эксперименте [3]. Можно рассмотреть решение уравнения (1) при отклонении от $f = f_2$, даваемой уравнением (2), т.е. рассмотреть решение уравнения (5). Здесь по повторяющимся индексам предполагается суммирование, W — среднее поле [8, 9],

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p_i c^2}{E} \frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{\partial W}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial p_i} = \frac{f_0 - f}{\tau} + \nu(f_0 - f)^2. \quad (5)$$

Тогда в линейном приближении можно найти поправку $f - f_2$ к f_2 . Для этого следует продифференцировать (5) по времени. Вместо (5) имеем в линейном приближении

$$\left(\left(\frac{\partial}{\partial t} + Q \right) + \left(\nabla + \frac{1}{\tau} \right) \right) G = 0, \quad (6)$$

где $f - f_2 = FG = F \exp(-|P|/t)$; $P = \frac{x_i}{p_i c^2} E + \frac{p_i}{\partial W / \partial x_i}$; $F(t) = \exp\left(\int_{t_0}^t Q dt'\right)$. Здесь обозначено $\nabla = \frac{p_i c^2}{E} \frac{\partial}{\partial x_i} - \frac{\partial W}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial p_i}$, $E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$. Для нахождения Q из (6) после его дифференцирования по времени получаем уравнение

$$\left(\left(\frac{\partial}{\partial t} + Q\right)^2 - \left(\nabla + \frac{1}{\tau}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial t} \nabla + Q \left(\nabla + \frac{1}{\tau}\right)\right) G = 0. \quad (7)$$

В результате с $G = \exp(-|P|/t)$ имеем уравнение для Q :

$$\frac{dQ}{dt} + Q^2 + KQ + R = 0, \quad (8)$$

где $K = -2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{|P|}{t}\right) - \nabla \left(\frac{|P|}{t}\right) + \frac{1}{\tau}$; $R = -\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{|P|}{t}\right) - \left(-\nabla \left(\frac{|P|}{t}\right) + \frac{1}{\tau}\right)^2 - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \left(\frac{|P|}{t}\right)$.

Для гладкой функции $Q(t)$ полагаем $dQ/dt = 0$, а также $\partial Q / \partial x_i = \partial Q / \partial p_i = 0$, и тогда $Q = \frac{-K - \sqrt{K^2 - 4R}}{2}$. Здесь выбираем корень с минусом перед радикалом, поскольку в предельном случае с $P = 0$ для свободной несвязанной системы без взаимодействия должно быть затухающее решение $F \approx \exp(-(t - t_0)/\tau)$.

Поскольку при $\partial W / \partial x_i = 0$, являющемся условием разлета системы, главные члены под корнем обращаются в бесконечность, а Q — в минус бесконечность, то поправка $f - f_2$ обращается в нуль. Решение для $F(t) = \exp\left(-\int_{t_0}^t \frac{K}{2} dt'\right) \left(C \exp\left(-\int_{t_0}^t \frac{S}{2} dt'\right)\right)$, где $S = \sqrt{K^2 - 4R}$, $R < 0$; C — постоянный коэффициент, который можно найти, потребовав обращения в нуль нелинейного столкновительного члена в правой части кинетического уравнения для поправки $f - f_2$, который был опущен в уравнении (6). В этом случае получаем $C = 2(f_1 - f_0) \exp(|P|/t)|_{t=t_0}$. Можно найти также поправку к этому асимптотическому решению для $F(t)$, пропорциональную $1/\sqrt{S}$.

При использовании только уравнения (6) для нахождения Q нетривиальная зависимость поправки от времени и взаимодействия исчезает, все определяется затухающей функцией $\exp(-(t - t_0)/\tau)$ для $F(t)$, отличной от нуля, и при $\partial W / \partial x_i = 0$.

Следовательно, по достижении расширяющейся системой плотности замораживания, находящейся из условия $dW/d\rho = 0$, функция F и поправка $f - f_2$ обращаются в нуль и все определяется только решени-

ем (2), параметры которого находятся из решений уравнений гидродинамики, следующих из кинетического уравнения (5).

Эти уравнения гидродинамики были приведены в [9]. Здесь при их решении выделяем стадию сжатия при прохождении ударной волны и образование hot spot в момент времени t_0 . Далее наступает стадия расширения hot spot. Такое рассмотрение проведено численно. Здесь можно пояснить особенности решения аналитически.

В приближении для плотности $\rho = \rho(t)$ и давления $P = P(t)$ для хаббловского закона для 4-скорости $c\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = H\mathbf{r}$, где $H(t) = dR/Rdt$; $\mathbf{r}$ — радиус-вектор расширяющейся среды с максимальным, зависящим от времени t , значением для размера hot spot $R(t)$, уравнения гидродинамики сводятся к уравнениям

$$\frac{d\rho}{dt} + 3H\rho = 0, \quad (9)$$

$$\frac{dH}{dt} + H^2 = 0. \quad (10)$$

Эти уравнения имеют простое решение:

$$H = 1/t, \quad \rho = \rho_1 t_0^3/t^3, \quad (11)$$

где t_0 — начальный момент времени. С учетом уравнения для сохранения энергии имеем $I = I_1 (\rho/\rho_1)^k$ для адиабатического расширения, где I_1 — не зависящий от ρ коэффициент, находящийся из совместного решения трех уравнений гидродинамики и позволяющий находить температуру ударной волны; ρ_1 — максимальная плотность нуклонов на ударной волне. Уравнения (9), (10) также допускают простое решение — закон Хаббла с параметром Хаббла

$$H = 1/(t + t_0), \quad (12)$$

для которого в работе [15] получены результаты по модели PHSD при столкновении ядер Au+Au при энергии $\sqrt{s} = 7,7$ ГэВ. Для параметра удара $b = 7$ фм оказалось, что $H = 0,05$ фм⁻¹ при $t = 16$ фм/с и $H = 0,04$ фм⁻¹ при $t = 19$ фм/с. Это согласуется с экспериментальными данными STAR (RHIC). То есть закон Хаббла примерно выполняется для периферических столкновений. Лучше получается при выборе $t_0 = -4$ фм/с. Такой выбор t_0 означает, на наш взгляд, что соответствие с законом Хаббла и гидродинамикой достигается при более ранних временах, чем в модели PHSD, т.е. когда образуется hot spot после первоначального ударно-волнового сжатия.

Используя это приближенное решение в следующем по порядку приближении, можно получить линейные уравнения

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + H\mathbf{r}\nabla\delta + \nabla c\mathbf{u} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{c}\mathbf{u}}{\partial t} + H\mathbf{c}\mathbf{u} + H\mathbf{r}\nabla \mathbf{c}\mathbf{u} = -c_s^2 \nabla \delta, \quad (14)$$

где $\delta = \frac{\delta \rho}{\rho}$ — относительное возмущение плотности; $c_s^2 = \frac{dP}{m d\rho}$ — квадрат скорости звука c_s . После дифференцирования (14) по $\mathbf{r}$ и последующей подстановки $\nabla \mathbf{c}\mathbf{u}$ из (13) в (14) с учетом (11) и радиальной компоненты в виде $\delta_r = \exp(-r/a(t))$, где $a(t) = R(t)$, имеем в линейном приближении

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta}{\partial t} - c_s^2 \nabla^2 \delta = 0, \quad (15)$$

где $\nabla^2 = \Delta$ — оператор Лапласа. Переменные здесь разделяются $\delta = \delta_r(r)\delta_1(t)$, и для зависящей от времени $\delta_1(t)$ получается линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 \delta_1}{dt^2} + \frac{2}{t} \frac{d\delta_1}{dt} - \frac{c_s^2}{a^2} \delta_1 = 0. \quad (16)$$

Понижая порядок уравнения (16) заменой $\delta_1 = \exp(\int Q dt)$, получаем для Q нелинейное уравнение первого порядка

$$\frac{dQ}{dt} + Q^2 + \frac{2Q}{t} - \frac{c_s^2}{a^2} = 0. \quad (17)$$

Для гладкой функции $Q(t)$, полагая $dQ/dt = 0$, находим два корня уравнения (17): $Q_{1,2} = -1/t \pm K(t)$, где $K(t) = \sqrt{1/t^2 + (c_s/a)^2}$. Можно найти поправку к этому асимптотическому решению, т. е. для δ_1 получаем приближенное аналитическое решение:

$$\delta_1 = \frac{\exp(-\ln(t/t_0))}{\sqrt{K(t)}} \left(C_1 \exp \left(\int_{t_0}^t K(t') dt' \right) + \right. \\ \left. + C_2 \exp \left(- \int_{t_0}^t K(t') dt' \right) \right), \quad (18)$$

где постоянные коэффициенты C_1 и C_2 находятся из начальных условий.

Из формулы (18) можно видеть экспоненциально растущий со временем t первый член и наступление фрагментации для расширяющегося фибробола (hot spot) при $t > 2t_0 = 2a/c_s$. Таким образом, до фрагментации системы звуковая волна должна пройти радиус hot spot $R(t_0) = a$ порядка двух раз, т. е. вперед и назад. Это рассмотрение совместимо с нашим условием достижения критической плотности в численном расчете, когда $dW/d\rho = 0$ и скорость звука стремится к нулю, и согласно (18) возникает неустойчивость — растущее решение. Гидродинамическая стадия завершается, и начинается разлет системы.

Подобное гидродинамическое рассмотрение имеет аналогию с расширяющейся ранней Вселенной при образовании звезд и галактик [16] (известная джинсовская неустойчивость).

2. ДВОЙНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИСПУСКАЕМЫХ ЧАСТИЦ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Мы сравнили наши расчеты с экспериментальными данными, полученными в работе [3] коллаборации BM@N для двойных дифференциальных распределений по поперечному импульсу и скорости положительно заряженных пионов и каонов в реакциях налетающих ядер ^{40}Ar при энергии 3,2 ГэВ/нуклон с различными ядрами-мишенями.

Дифференциальное распределение по поперечному импульсу и скорости имеет вид (b — параметр удара)

$$\frac{dN}{dy d^2p_t} = \frac{m_t}{(2\pi\hbar)^3} \int 2\pi b db G(b) ch(y - y^*) f(y - y^*, p_t, \mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (19)$$

где функция распределения мезонов с учетом равновесной f_0 и неравновесной f_1 компонент имеет вид (2) с распределениями Бозе–Эйнштейна:

$$f_{0,1}(y - y^*, p_t, \mathbf{r}, t) = g \left[\exp \left(\frac{m_t ch(y - y^*)}{T_{0,1}} \right) - 1 \right]^{-1}, \quad (20)$$

$m_t = \sqrt{(p_t c)^2 + (mc^2)^2}$ — поперечная масса; $y = \ln \left(\frac{p_{1c}}{m_t} + \sqrt{1 + \left(\frac{p_{1c}}{m_t} \right)^2} \right)$ — быстрота испускаемой частицы; y^* — быстрота движущегося со скоростью $v(\mathbf{r}, t)$ элемента расширяющегося вещества в момент времени t достижения критической плотности, находящейся из условия $dW/d\rho = 0$, p_1 — продольный импульс; T_0 и T_1^* — эффективные температуры, зависящие от угла испускания частицы (быстроты) и координаты элемента вещества. Здесь спиновый фактор $g = 1$, химический потенциал пионов и положительно заряженных каонов полагался равным нулю, фактор $G(b) = \frac{\sigma_t}{\sigma_g(\pi(b_{\max})^2)}$ учитывает отличие полного сечения образования hot spot σ_t от геометрического σ_g и выделяет одинаковую центральность для всех рассматриваемых ядер.

Если функцию распределения испускаемых частиц для неравновесной компоненты записать относительно неподвижной системы испускающего частицы элемента вещества, то ее можно представить приближенно разложением в ряд по импульсу p аргумента экспоненты вблизи максимума функции (20), как это используется в методе перевала. Таким образом,

$$\frac{dN}{dp d\Omega} \approx C \exp \left(-\frac{p_{10}^2}{2mT_1} - \frac{p_{00}^2}{2mT_0} \right), \quad (21)$$

поскольку у нас различные неравновесная и равновесная компоненты функции распределения с температурами T_1 и T_0 соответственно. Равновесная компонента включена множителем к неравновесной компоненте в (21) в соответствии с (2), (3). Равновесная компонента изотропна. Отсюда

$$\frac{dN}{dp d\Omega} \approx C \exp \left(-\frac{((p - p_0) \cos \theta)^2 + ((p - p_0) \sin \theta)^2 T_1/T_0}{2mT_1} \right), \quad (22)$$

или

$$\frac{dN}{dp d\Omega} \approx C \exp \left(-\frac{((p - p_0))^2}{2mT_1/(1 + \sin^2 \theta(T_1/T_0 - 1))} \right). \quad (23)$$

Следовательно, поскольку у нас $T_1 \approx 2T_0$, эффективная температура

$$T_1^* \approx T_1/(1 + \sin^2 \theta), \quad (24)$$

которую можно использовать и в (20). Угол θ пересчитывается через быстроту и поперечный импульс для испускаемой частицы. Для равновесной компоненты в (2) нет зависимости температуры от угла, и поэтому в (20) и (21) используем для нее температуру T_0 .

Мы сравнили распределения по поперечному импульсу (19), (20) с температурой, зависящей от угла для пионов в реакциях $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu} \rightarrow \pi^+ + X$ (рис. 1) и $^{40}\text{Ar} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow \pi^+ + X$ (рис. 2) при энергии

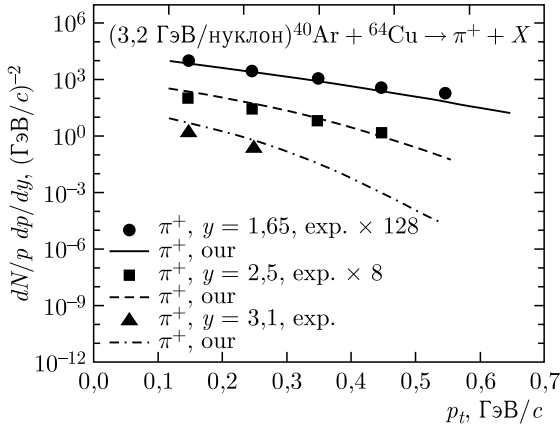


Рис. 1. Двойные инвариантные дифференциальные распределения положительно заряженных пионов в зависимости от поперечного импульса в реакции $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu} \rightarrow \pi^+ + X$ при энергии 3,2 ГэВ/нуклон для налетающих ядер ^{40}Ar . Результаты расчетов по формуле (19) (our) (сплошная линия — для быстроты $y = 1,65$, штриховая — для быстроты $y = 2,5$, штрихпунктирная — для быстроты $y = 3,1$), точки — экспериментальные данные из работы [3] (exp.) (кружки — $y = 1,65$, квадраты — $y = 2,5$, треугольники — $y = 3,1$)

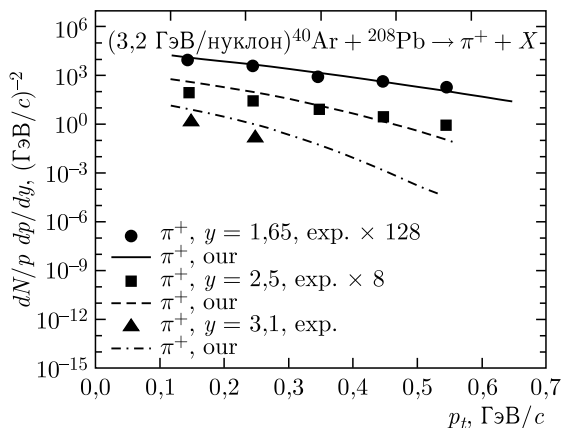


Рис. 2. Двойные инвариантные дифференциальные распределения положительно заряженных пионов в зависимости от поперечного импульса в реакции $^{40}\text{Ar} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow \pi^+ + X$ при энергии 3,2 ГэВ/нуклон для налетающих ядер ^{40}Ar . Результаты расчетов по формуле (19) (our) (сплошная линия — для быстроты $y = 1,65$, штриховая — для быстроты $y = 2,5$, штрихпунктирная — для быстроты $y = 3,1$), точки — экспериментальные данные из работы [3] (эксп.) (кружки — $y = 1,65$, квадраты — $y = 2,5$, треугольники — $y = 3,1$)

3,2 ГэВ/нуклон для налетающих ядер аргона, с соответствующими экспериментальными данными, полученными в работе [3]. Здесь в расчетах $T_1 \approx 120$ МэВ, средний радиус hot spot $R_h \approx 3$ фм для первой реакции и $R_h \approx 4$ фм для второй реакции, химический потенциал пионов полагался равным нулю, поскольку число пионов не задано. Расчеты, проведенные при быстротах $y = 1,65, 2,5, 3,1$ для двух реакций, находятся в согласии с экспериментальными данными [3], которые на рис. 1, 2 изображены точками.

На рис. 3, 4 сравниваются рассчитанные по формулам (19), (20) распределения по поперечному импульсу каонов с экспериментальными данными [3] в реакциях $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu} \rightarrow K^+ + X$ (рис. 3) и $^{40}\text{Ar} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow K^+ + X$ (рис. 4) при энергии 3,2 ГэВ/нуклон для налетающих ядер аргона при быстротах $y = 1,15, 1,45$ и $1,8$. Температура $T_1 \approx 120$ МэВ, средние радиусы hot spot такие же, химический потенциал здесь также невелик: $\mu \approx m_p - m_\Lambda$ [17]. Можно видеть, что расчет с изменяющейся с углом (быстротой) эффективной температурой удовлетворительно воспроизводит экспериментальные данные [3] (точки). Проведенные в [3] по каскадным моделям расчеты для каонов несколько завышают выходы каонов по сравнению с этими экспериментальными данными. Хотя экспериментальных точек мало. Мы также сравнили расчеты по нашей модели с другим экспериментом коллаборации BM@N [14] по выходам протонов, дейтронов и тритонов в реакциях $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu} \rightarrow f(p, d, t) + X$ (рис. 5)

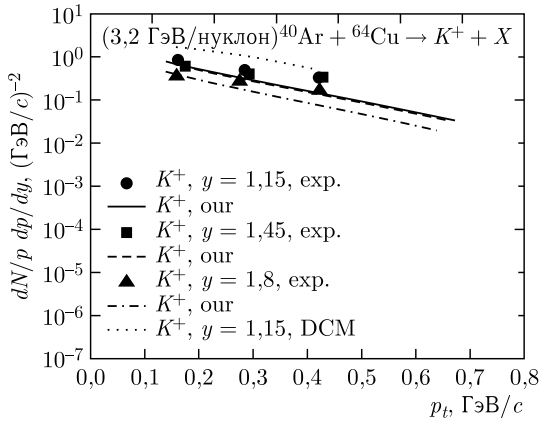


Рис. 3. Двойные инвариантные дифференциальные распределения положительно заряженных каонов в зависимости от поперечного импульса в реакции $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu} \rightarrow K^+ + X$ при энергии 3,2 ГэВ/нуклон для налетающих ядер ^{40}Ar . Результаты расчетов по формуле (19) (our) (сплошная линия — для быстроты $y = 1,15$, штриховая — для быстроты $y = 1,45$, штрихпунктирная — для быстроты $y = 1,8$), точки — экспериментальные данные из работы [3] (exp.) (кружки — $y = 1,15$, квадраты — $y = 1,45$, треугольники — $y = 1,8$), пунктирная кривая — расчет по каскадной модели из работы [3] для быстроты $y = 1,15$

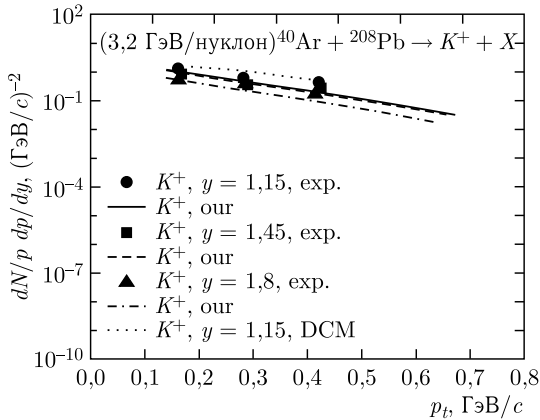


Рис. 4. Двойные инвариантные дифференциальные распределения положительно заряженных каонов в зависимости от поперечного импульса в реакции $^{40}\text{Ar} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow K^+ + X$ при энергии 3,2 ГэВ/нуклон для налетающих ядер ^{40}Ar . Результаты расчетов по формуле (19) (our) (сплошная линия — для быстроты $y = 1,15$, штриховая — для быстроты $y = 1,45$, штрихпунктирная — для быстроты $y = 1,8$), точки — экспериментальные данные из работы [3] (exp.) (кружки — $y = 1,15$, квадраты — $y = 1,45$, треугольники — $y = 1,8$), пунктирная кривая — расчет по каскадной модели из работы [3] для быстроты $y = 1,15$

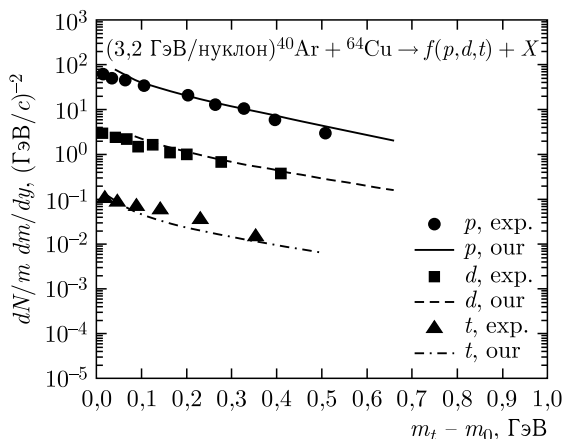


Рис. 5. Двойные дифференциальные распределения по быстроте и поперечной массе протонов (сплошная линия), дейтронов (штриховая) и тритонов (штрихпунктирная) (our) для столкновения ядер ^{40}Ar при энергии 3,2 ГэВ/нуклон с ядрами ^{64}Cu при быстроте $y = 1,4$ для испускаемых фрагментов, точки — экспериментальные данные из работы [14] (exp.)

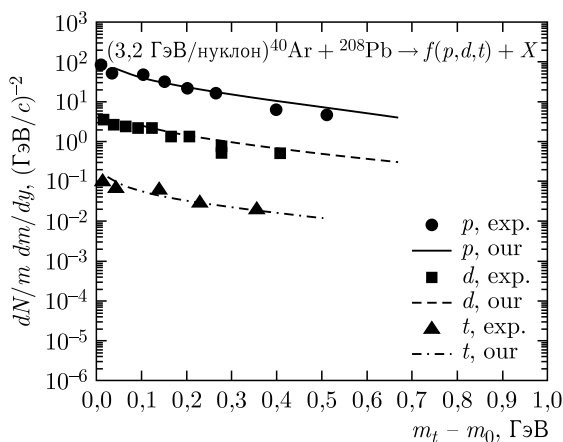


Рис. 6. Двойные дифференциальные распределения по быстроте и поперечной массе протонов (сплошная линия), дейтронов (штриховая) и тритонов (штрихпунктирная) (our) для столкновения ядер ^{40}Ar при энергии 3,2 ГэВ/нуклон с ядрами ^{208}Pb при быстроте $y = 1,4$ для испускаемых фрагментов, точки — экспериментальные данные из работы [14] (exp.)

и $^{40}\text{Ar} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow f(p, d, t) + X$ (рис. 6) при энергии 3,2 ГэВ/нуклон для налетающих ядер аргона. Здесь приведены распределения (19) по поперечной массе при быстроте $y = 1,4$. Экспериментальные данные изоб-

ражены точками. Можно видеть хорошее соответствие нашей модели с этими экспериментальными данными. В наших расчетах для описания выходов легких фрагментов использовалась модель коалесценции [1, 2, 18, 19]. Здесь $T_1 \approx 120$ МэВ, радиусы hot spot такие же, как и выше, химический потенциал испускаемых протонов $\mu_T \approx -330$ МэВ, $\mu_p = \mu_T + m_p$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получила дальнейшее развитие модель неравновесной анизотропной гидродинамики для описания столкновений тяжелых ионов высокой энергии. В результате получено объяснение первых экспериментальных результатов коллаборации BM@N на ускорителе NICA при столкновении ядер аргона с различными мишенями при энергии 3,2 ГэВ/нуклон. Распределения по поперечному импульсу для разных быстрот для пионов и каонов обнаруживают изменение эффективной температуры с углом испускания вторичных частиц в соответствии с особенностями нашей анизотропной гидродинамики.

В нашем подходе получается так, что энергия испускаемых нуклонов в продольном к линии удара направлении должна быть вдвое больше поперечной энергии. Такое же соотношение выполняется и для бозе-максвелловских температур (продольной и поперечной), и поэтому это объясняет экспериментальные данные коллаборации BM@N. Имеется согласие с экспериментом коллаборации BM@N по распределениям по поперечной массе для легких фрагментов (протонов, дейтронов и тритонов). В расчетах было важно выделение образующегося hot spot. Возможно, это улучшает описание экспериментальных данных по сравнению с каскадными моделями. Также проанализированы аналитические решения уравнений гидродинамики и кинетического уравнения, что важно для обоснования имеющихся особенностей анизотропной гидродинамики. В используемых формулах двойных дифференциальных распределений мы опустили поправки на микроканоническое распределение, рассмотренные нами ранее, поскольку здесь анализировались столкновения достаточно тяжелых ядер и для не очень больших импульсов испускаемых вторичных частиц.

Благодарности. Автор выражает благодарность В. В. Вечернину, И. А. Митропольскому и О. Л. Федину за полезные обсуждения, а также за ценные советы.

Финансирование. Работа выполнена при институтской финансовой поддержке без использования грантов.

Конфликт интересов. Автор статьи заявляет, что у него нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stöcker H., Greiner W.* High Energy Heavy Ion Collisions — Probing the Equation of State of Highly Excited Hadronic Matter // *Phys. Rep.* 1986. V. 187, No. 6. P. 277–392.
2. *Toneev V. D., Schulz H., Gudima K. K., Röpke G.* Towards the Investigation of Hot and Compressed Nuclear Matter in Heavy Ion Collisions // *Sov. J. Part. Nucl.* 1986. V. 17, No. 6. P. 485–520.
3. *Afanasiev S. et al. (BM@N Collab.).* Production of π^+ and K^+ Mesons in Argon-Nucleus Interactions at 3.2A GeV // *JHEP.* 2023. V. 07. P. 174; arXiv: 2303.16243v4.
4. *Martinez M., Ryblewski R., Strickland M.* Boost-Invariant (2+1)-Dimensional Anisotropic Hydrodynamics // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 85, No. 6. P. 064913; arXiv:1204.1473 [nucl-th].
5. *Ryblewski R., Florkowski W.* Highly-Anisotropic Hydrodynamics in 3+1 Space-Time Dimensions // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 85, No. 6. P. 064901; arXiv: 1204.2624 [nucl-th].
6. *Kovalenko A., Leonidov A.* Shock Waves in Relativistic Anisotropic Hydrodynamics // *Eur. Phys. J. C.* 2022. V. 82, No. 4. P. 378–385.
7. *D'yachenko A. T., Gridnev K. A., Greiner W.* Calculation of Heavy Ion Collisions within the Framework of the Modified Hydrodynamic Approach // *J. Phys. G.* 2013. V. 40, No. 8. P. 085101.
8. *D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A.* Schrödinger Equation and Quantum Shock Waves When Describing Collisions of Atomic Nuclei // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2024. V. 88, No. 8. P. 1279–1285.
9. *D'yachenko A. T.* Klein–Gordon Equations, Equations of Relativistic Quantum Hydrodynamics, and Quantum Shocks in Describing Collisions of Atomic Nuclei // *Phys. At. Nucl.* 2024. V. 87, No. 5. P. 646–658.
10. *D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A.* Non-Equilibrium Hydrodynamic Approach to Describing the Emission of High-Energy Secondary Particles in Intermediate-Energy Heavy-Ion Collisions // *Phys. At. Nucl.* 2022. V. 85, No. 6. P. 1053–1062.
11. *D'yachenko A. T.* Description of the Emission of Cumulative Secondary Particles in Collisions of Heavy Ions of Intermediate Energies Based on the Nonequilibrium Hydrodynamic Approach // *Phys. At. Nucl.* 2024. V. 87, No. 2. P. 125–130.
12. *Afonin A. G., Bogolyubsky M. Y., Volkov A. A. et al.* Measurement of Cross Sections for Inclusive Forward Charged Hadron Production in Carbon–Carbon Collisions at Beam Energy of 19.6 GeV per Nucleon // *Phys. At. Nucl.* 2020. V. 83, No. 2. P. 228–236.
13. *Abramov B. M., Baznat M., Borodin Yu. A. et al.* Cumulative π -Mesons in $^{12}\text{C} + ^9\text{Be}$ Interactions at 3.2 GeV/Nucleon // *Phys. At. Nucl.* 2021. V. 84, No. 4. P. 467–474.
14. *Afanasiev S. et al. (BM@N Collab.).* Production of Protons, Deuterons and Tritons in Argon-Nucleus Interactions at 3.2A GeV. arXiv:2504.02759v1.
15. *Baznat M., Teryaev O. V., Zinchenko A. V.* Polarization of Λ Hyperons in Gold Nucleus Collisions at NICA Energies // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2023. V. 20, No. 3. P. 407–411.

16. *Gorbunov D. S., Rubakov V. A.* Introduction to the Theory of the Early Universe. Cosmological Perturbations. Inflationary Theory. World Sci., 2011. 504 p.
17. *D'yachenko A. T.* Subthreshold K Meson and Antiproton Production in the Nucleus–Nucleus Collisions within the Framework of the Fluid Dynamics Approach // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2000. V. 26, No. 6. P. 861–869.
18. *D'yachenko A. T.* Description of Fragments Emitted in Collisions of Intermediate-Energy Heavy Ions Using a Nonequilibrium Hydrodynamic Approach // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2025. V. 89, No. 8. P. 1312–1316.
19. *D'yachenko A. T.* On Fragment Emission, Hubble's Law and Particle Polarization in the Hydrodynamic Approach to Describing High-Energy Heavy-Ion Collisions // Phys. At. Nucl. 2025. V. 88, No. 4. P. 805–810.