

ОГРАНИЧЕНИЯ НА МАССУ Z' -БОЗОНА НА ILC В УСЛОВИЯХ ОТСУТСТВИЯ СИГНАЛА

Д. В. Синегрибов^{а,б,1}, В. В. Андреев^{б,2}, И. А. Серенкова^{а,3}

^а Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого,
Гомель, 246029, Беларусь

^б Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
Гомель, 246028, Беларусь

Разработана методика получения ограничений на массу Z' -бозона для сценария «идеального» согласия будущих данных со Стандартной моделью на будущих e^+e^- -коллайдерах. Методика апробирована с помощью статистического моделирования данных процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ на ILC с энергией 1 ТэВ и интегральной светимостью 8 аб^{-1} с неполяризованными пучками электронов и позитронов. Корректность моделирования данных подтверждена с помощью сравнения получаемых и асимптотических ограничений. В результате апробации методики получены количественные оценки на массу Z' -бозона для широкого набора моделей, в рамках которых предсказывается его существование. Представленная схема моделирования данных и методика получения ограничений являются основой для последующего учета систематики и анализа поляризационных наблюдаемых.

In this paper, a methodology for obtaining constraints on the mass of the Z' boson is developed for the scenario of “perfect” agreement of future data with the Standard Model at future e^+e^- colliders. The methodology has been tested using statistical simulation of data from the process $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ at the ILC with a center-of-mass energy of 1 TeV and an integrated luminosity of 8 аб^{-1} with unpolarized electron and positron beams. The correctness of the data simulation is confirmed by comparing the obtained constraints with asymptotic ones. As a result of testing the methodology, quantitative estimates of the Z' -boson mass have been obtained for a wide range of models within the framework of which its existence is predicted. The presented data simulation scheme and the constraint derivation methodology provide a foundation for the subsequent inclusion of systematic uncertainties and the analysis of polarization observables.

PACS: 12.60.Cn; 13.66.De; 14.70.Pw

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно обсуждаются будущие e^+e^- -коллайдеры ILC [1] и CLIC [2], первостепенная роль которых — прецизионные исследования Стандартной модели (СМ). Однако есть и другие ключевые задачи их экспериментальной

¹E-mail: dvsinegribov@gmail.com

²E-mail: vik.andreev@gsu.by

³E-mail: inna.serenkova@gmail.com

программы. В частности, задача поиска Z' -бозона (Z') содержится в программах ILC и CLIC. Учитывая современные ограничения на массу Z' ($\sim 3\text{--}5$ ТэВ в зависимости от модели Z' [3]), исследовать Z' на ILC и CLIC можно только косвенно, поскольку их энергии значительно меньше. Поэтому разработка методики, позволяющей извлекать ограничения на параметры Z' из анализа отклонений наблюдаемых процесса от предсказаний СМ, является актуальной задачей.

Целью работы является разработка и апробация методики получения ограничений на массу Z' -бозона для сценария «идеального» согласия будущих данных с СМ на основе статистического моделирования процесса

$$e^+e^- \rightarrow \gamma, Z, Z' \rightarrow \bar{f}f, \quad f \neq e. \quad (1)$$

Ограничения на массу Z' играют ключевую роль в феноменологии новой физики, обеспечивая редукцию параметрического пространства для расширений СМ, которыми он предсказывается (модели Z').

1. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ СЕЧЕНИЯ

Для анализа косвенных эффектов Z' -бозона дифференциальное сечение процесса (1) [4, 5] в приближении безмассовых фермионов с поляризованными пучками электронов и позитронов записывается как

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\text{SM}+Z'}}{dz}(P_{e^-}, P_{e^+}) &= \frac{d\sigma^{\text{SM}}}{dz}(P_{e^-}, P_{e^+}) + \Delta \frac{d\sigma}{dz}(P_{e^-}, P_{e^+}) = \\ &= \frac{n_{\text{color}}\alpha_{\text{em}}\pi}{8s}(1 - P_{e^-}P_{e^+}) \left[(1-z)^2 Q_1^{\text{SM}+Z'} + (1+z)^2 Q_2^{\text{SM}+Z'} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где $z \equiv \cos\theta$ — косинус угла рассеяния; n_{color} — цветовой множитель фермиона; α_{em} — постоянная тонкой структуры; P_{e^-} и P_{e^+} — степени поляризации пучка электронов и позитронов соответственно; $Q_{1,2}^{\text{SM}+Z'}$ — безразмерные параметры, зависящие от поляризаций, и аккумулирующие вклады от СМ (γ, Z) и Z' .

Для извлечения ограничений удобно выделить отклонения от предсказаний СМ, которые обусловлены Z' :

$$\Delta \frac{d\sigma}{dz} = \frac{n_{\text{color}}\alpha_{\text{em}}\pi}{8s}(1 - P_{e^-}P_{e^+}) \left[(1-z)^2 \Delta Q_1 + (1+z)^2 \Delta Q_2 \right], \quad (3)$$

$$\Delta Q_{1,2} = Q_{1,2}^{\text{SM}+Z'} - Q_{1,2}^{\text{SM}}. \quad (4)$$

Параметры отклонения $\Delta Q_{1,2}$ линейно определяются спиральными параметрами $q_{\lambda_e \lambda_f}$:

$$\Delta Q_1 = p_{\text{eff}}^- \Delta q_{\text{LR}} + p_{\text{eff}}^+ \Delta q_{\text{RL}}, \quad \Delta Q_2 = p_{\text{eff}}^- \Delta q_{\text{LL}} + p_{\text{eff}}^+ \Delta q_{\text{RR}}, \quad (5)$$

$$\Delta q_{\lambda_e \lambda_f} = |q_{\lambda_e \lambda_f}^{\text{SM}+Z'}|^2 - |q_{\lambda_e \lambda_f}^{\text{SM}}|^2, \quad (6)$$

где $\lambda_{e,f} = \mp 1(\text{L/R})$ — спиральности начальной e^+e^- - или конечной $\bar{f}f$ -пары; $p_{\text{eff}}^\pm = 1 \pm P_{\text{eff}}$; $P_{\text{eff}} = \frac{P_{e^-} - P_{e^+}}{1 - P_{e^-}P_{e^+}}$ — степень эффективной поляризации.

В свою очередь, спиральные параметры определяются как

$$q_{\lambda_e \lambda_f}^{\text{SM}+Z'} = \sum_{V=\gamma, Z, Z'} g_{V,e}^{\lambda_e} g_{V,f}^{\lambda_f} R_V, \quad R_V = \frac{s}{s - M_V^2 + iM_V \Gamma_V}, \quad (7)$$

где $g_{V,f}^{\text{L/R}}$ — левая или правая константа связи бозонов V с фермионами; R_V — безразмерные бозонные пропагаторы; M_V и Γ_V — массы и ширины распада бозонов V соответственно.

Можно заметить, что параметры Z' (масса, ширина и константы связи) содержатся в сечении процесса нелинейно, что существенно затрудняет их статистическую оценку и интерпретацию полученных ограничений. Параметры $\Delta Q_{1,2}$, от которых сечение зависит линейно, необходимы для преодоления трудностей нелинейного анализа. Их введение дает возможность применения строгого аппарата линейной регрессии, где ковариационная матрица (обратная матрица Фишера в случае асимптотического предела, который в физике высоких энергий с ее огромной статистикой достигается «автоматически») определяется только данными без начальных приближений. Получаемые оценки становятся асимптотически нормальными вследствие центральной предельной теоремы. Следовательно, их доверительные интервалы являются симметричными и легко масштабируемы.

2. МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

Основой процедуры являются параметры $\theta = \{\Delta Q_1, \Delta Q_2\}$. Методика содержит два этапа. На первом этапе проводится модельно-независимая оценка θ с помощью обобщенного метода наименьших квадратов (ОМНК) в модели линейной регрессии [7]. На втором этапе, используя модельно-независимые оценки θ и их аналитические выражения, вычисляют ограничения на массу Z' для моделей. В ОМНК оценки θ извлекаются из функции χ^2 , которая записывается как

$$\chi^2(\theta) = \sum_{i,j=1}^n \left(\mathcal{N}_i^{\text{exp}} - \mathcal{N}_i^{\text{SM}+Z'}(\theta) \right) V_{ij}^{-1} \left(\mathcal{N}_j^{\text{exp}} - \mathcal{N}_j^{\text{SM}+Z'}(\theta) \right), \quad (8)$$

где $\mathcal{N}_i^{\text{exp}}$ — «псевдоэкспериментальное» число событий в $i(j)$ -м бине (n — количество бинов), которое моделируется; V_{ij} — ковариационная матрица для $\mathcal{N}^{\text{exp}}$, которая задается неопределенностями каждого бина и коэффициентами корреляции между ними.

Теоретическое предсказание числа событий определяется как

$$\mathcal{N}_i^{\text{SM}+Z'}(\theta) = \mathcal{N}_i^{\text{SM}} + \Delta \mathcal{N}_i(\theta) = \mathcal{L} \epsilon \left(\sigma_{z_i, z_{i+1}}^{\text{SM}} + \Delta \sigma_{z_i, z_{i+1}}(\theta) \right), \quad (9)$$

где $\mathcal{L}$ — интегральная светимость коллайдера; ϵ — эффективность регистрации канала $\bar{f}f$; $\sigma_{z_i, z_{i+1}}^{\text{SM}}$ и $\Delta \sigma_{z_i, z_{i+1}}(\theta)$ — сечение СМ и ее отклонение в i -м бине соответственно.

Далее из критерия $\chi^2(\theta) \leq \chi_{\min}^2 + \chi_{\text{crit}}^2$ извлекаются оптимальные оценки $\hat{\theta}$, где $\chi_{\min}^2 = \chi^2(\hat{\theta})$ — минимальное значение функции χ^2 ; χ_{crit}^2 — квантиль распределения χ_k^2 уровня $1 - \alpha$, где α — вероятность отвержения нулевой гипотезы в предположении того, что она верна; k — размерность вектора θ .

Широко распространены асимптотические методы оценивания, которые, как правило, основываются на гипотезе «идеального» соответствия. Согласно гипотезе $\hat{\theta} = 0$ (т. е. $\chi^2_{\min} = 0$), тогда функция $\chi^2(\theta)$ преобразуется и записывается как

$$\chi^2(\theta) = \sum_{i=1}^n \left(\Delta \mathcal{N}_i(\theta) / \sqrt{\mathcal{N}_i^{\text{SM}}} \right)^2 \leq \chi^2_{\text{crit}}. \quad (10)$$

Для получения более реалистичных ограничений использована стандартная схема статистического моделирования будущих данных СМ:

- генерируется K независимых значений полного числа событий $\mathcal{N}_K$ из распределения Пуассона с параметром $\mathcal{N}_{\text{tot}}^{\text{SM}} = \mathcal{L} \epsilon \sigma_{z_{\min}, z_{\max}}^{\text{SM}}$;

- для каждого $\mathcal{N}_K$ события независимо распределяются в бины с вероятностями $p_i = N_i^{\text{SM}} / N_{\text{tot}}^{\text{SM}}$, где $i = 1, \dots, n$;

- в результате процедуры биннирования получается K гистограмм чисел событий $\mathcal{N}_i^{\text{exp}}$;

- по ансамблю из K гистограмм вычисляются средняя гистограмма и ковариационная матрица V_{ij} размерности $n \times n$.

Важно подчеркнуть, что при моделировании событий строго в соответствии с СМ Монте-Карло неизбежно дает реализации, статистически отклоняющиеся от теоретического распределения (статистические флуктуации или аномалии, характеризующиеся низкой вероятностью согласия с СМ). Согласно представленной схеме, их подавление реализуется с помощью усреднения по большому числу реализаций K . Значение K определялось из требования того, чтобы точность элементов матрицы V_{ij} была $\leq 1\%$ (которая рассчитывается как $\sim 1/\sqrt{K}$ согласно [7]). Таким образом, минимизируется влияние статистических флуктуаций на точность результатов.

На рис. 1, а представлены эллипсы ограничений на параметры θ , полученные для эксперимента ILC с энергией 1 ТэВ и интегральной светимостью 8 аб⁻¹ с неполяризованными пучками электронов и позитронов ($\epsilon = 98\%$). Сплошная линия соответствует асимптотике, а штриховая моделированию. Используемые для расчета параметры биннирования обусловлены спецификой геометрии детектора ILC: $z \in [-0,9, 0,9]$ и $n = 19$ [1]. Как видно из рисунка, оба подхода дают практически идентичные достоверные эллипсы, что является подтверждением корректности схемы моделирования данных.

Важно подчеркнуть, что представленные результаты получены без учета систематики. Тогда бины являются статистически независимыми и недиагональные элементы их ковариационной матрицы, отражающие степень корреляции, практически равны нулю. Это подтверждается в результате сравнения, поскольку эллипсы, соответствующие асимптотике и моделированию, практически одинаковы. Однако реальные экспериментальные данные подвержены влиянию систематических неопределенностей, например, интегральной светимости, поляризации или эффективности регистрации канала. Систематическими эффектами порождаются корреляции между бинами. Следовательно, использование диагонального приближения для ковариационной матрицы в асимптотическом подходе может привести к неточным оценкам. Таким образом, представленная схема моделирования является основой для реалистичного анализа данных, учитывающего все неопределенности.

Важно отметить, что полученные ограничения являются модельно-независимыми, т. е. не определяются в рамках какой-либо модели Z' .

3. МОДЕЛЬНО-ЗАВИСИМЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

В разд. 1 было показано, что параметры отклонения ΔQ_1 и ΔQ_2 непосредственно определяются спиральными параметрами (7), которые, в свою очередь, определяются массой, шириной и константами связи Z' . Моделями Z' , описание которых содержится в работах [6] и [8], задаются фермионные константы связи Z' . Полная ширина распада $\Gamma_{Z'}$ вычисляется из сценария распада Z' исключительно в фермионы СМ. Таким образом, параметры ΔQ_1 и ΔQ_2 становятся функциями только от массы Z' .

Важно отметить, что оценки на массу можно получить в центре и на границе эллипса. Решения, соответствующие центру и границе эллипса, были интерпретированы как верхняя и нижняя граница соответственно. Значение верхней границы получается в результате решения системы уравнений $\theta(M_{Z'}) = \hat{\theta}$, где $\hat{\theta} = \{\hat{\Delta Q}_1, \hat{\Delta Q}_2\}$ — центр доверительного эллипса. В асимптотике $\hat{\theta} = 0$ соответствующая ей верхняя граница $M_{Z'} \rightarrow \infty$, поскольку вклад от Z' подавляется как $s/M_{Z'}^2$. Исходя из этого, можно заключить, что верхняя граница массы Z' является неинформативной. Она указывает только на то, что данные не исключают сценарии со сколь угодно тяжелыми Z' , поскольку «измеренные» параметры согласуются с СМ в пределах неопределенностей. Как следствие, прямое фитирование данных для получения оценки на массу Z' затруднительно: из-за нелинейного вхождения массы в сечение процесса минимальное значение χ^2 достигается лишь в пределе $M_{Z'} \rightarrow \infty$, что не позволяет получить состоятельную оценку.

Нижняя граница на массу Z' получается при решении уравнения

$$\left(\theta(M_{Z'}) - \hat{\theta}\right)^T C^{-1} \left(\theta(M_{Z'}) - \hat{\theta}\right) \leq \chi_{\text{crit}}^2, \quad (11)$$

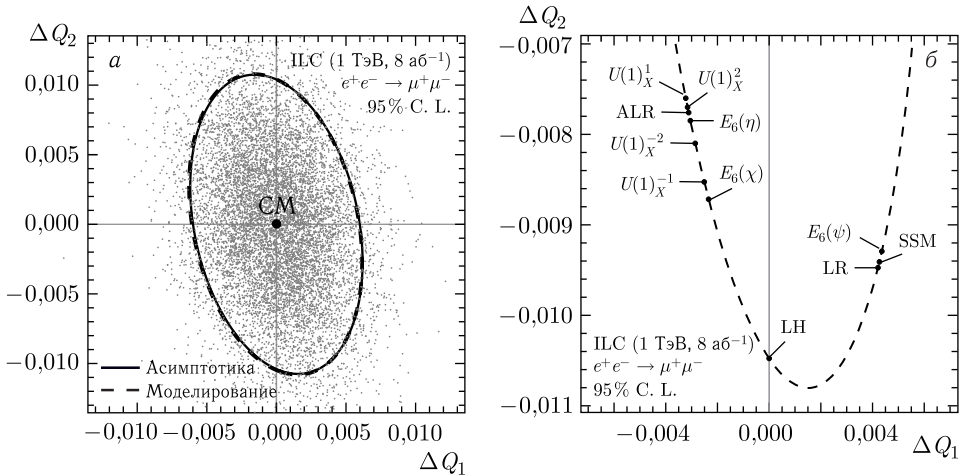


Рис. 1. а) Доверительные области для ΔQ_1 и ΔQ_2 , полученные с помощью асимптотического метода (сплошная линия) и моделирования данных (штриховая линия). Серыми точками показаны оценки, полученные для каждой K -й гистограммы из выборки. б) Доверительная область для ΔQ_1 и ΔQ_2 , полученная с помощью моделирования данных. Точками показаны значения ΔQ_1 и ΔQ_2 , вычисленные для каждой модели Z' с помощью полученных пороговых значений из таблицы

Нижние границы на массу Z' (в ТэВ), полученные в процессе $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ для эксперимента ILC с энергией 1 ТэВ и интегральной светимостью 8 аб^{-1} с неполяризованными пучками электронов и позитронов для уровней достоверности 68,3 и 95%. Для LR-модели $\alpha_{\text{LR}} = \sqrt{\cos^2 \theta_W / \sin^2 \theta_W - 1}$, что соответствует симметричной LR. Для LH-модели $c/s = 1$. Для $U(1)_X$ -модели были рассмотрены различные сценарии $x_F = 1$ и $x_H = -2, -1, 1, 2$

C.L., %	SSM	$E_6(\chi)$	$E_6(\psi)$	$E_6(\eta)$	LR	ALR	LH	$U(1)_X^{-2}$	$U(1)_X^{-1}$	$U(1)_X^1$	$U(1)_X^2$
68,3	20,6	18,8	10,2	11	15,2	28	12,4	21,4	8,7	17	29,8
95	14,7	13,4	7,3	7,9	10,9	20	8,9	15,2	6,2	12,1	21,2

где $\mathcal{C}$ — ковариационная матрица θ размерности 2×2 , вычисленная для набора $\hat{\theta}_K$, которые получены для каждой K -й гистограммы из выборки (точки на рис. 1, а).

Нижняя граница (или пороговое значение) физически более значима, поскольку ей определяется минимально допустимая масса Z' , при которой модель согласуется с данными для заданного уровня достоверности. В результате для каждой модели строится своя доверительная линия (соединяющая нижнюю и верхнюю границу) или модельный след, который она оставляет в пространстве θ .

Как видно из таблицы, полученные нижние границы на массу Z' на ILC значительно больше, нежели современные, полученные на LHC.

На рис. 1, б показано, что все модельные точки (ΔQ_1 и ΔQ_2 , вычисленные для каждой модели Z' с помощью полученных пороговых значений из таблицы) действительно находятся на границе доверительного эллипса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена и апробирована методика получения ограничений на массу Z' -бозона в условиях «идеального» согласия будущих данных с СМ. Представлена схема моделирования будущих данных ILC, которые использовались для апробации методики. В результате получены нижние границы в процессе $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ для эксперимента ILC с энергией 1 ТэВ и интегральной светимостью 8 аб^{-1} с неполяризованными пучками электронов и позитронов для разных уровней достоверности и широкого набора моделей. Сравнение полученных и современных ограничений показало, что ILC является перспективной установкой для косвенного поиска новой физики. Безусловно, включение поляризационных наблюдаемых и систематики в процедуру получения ограничений позволило бы существенно их улучшить.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Aryshev A. et al.* The International Linear Collider: Report to Snowmass 2021. FERMILAB-FN-1171-PPD-QIS-SCD-TD. 2021; arXiv:2203.07622 [hep-ph].
2. *Charles T.K. et al. (CLICdp, CLIC).* The Compact Linear Collider (CLIC). 2018 Summary Report. CERN Yellow Rep. Monogr. 2018. P. 1–112; arXiv:1812.06018 [hep-ph].
3. *Navas S. et al. (Particle Data Group Collab.).* Review of Particle Physics // Phys. Rev. D. 2024. V. 110, No. 3. 030001.

4. *Sinegribov D. V., Andreev V. V., Serenkova I. A.* Analysis of the Indirect Manifestation of Extra Z' Boson at ILC and CLIC // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2025. V. 22, No. 5. P. 1111–1114.
5. *Sinegribov D. V., Andreev V. V., Serenkova I. A.* Model-Independent Analysis of the Indirect Effects of an Additional Z' -Boson at CLIC // *Nonlin. Phenom. Complex Syst.* 2025. V. 28, No. 1. P. 68–78.
6. *Gulov A., Moroz Ya.* Optimal Observables for Z' Models in Annihilation Leptonic Processes // *Phys. Rev. D.* 2018. V. 98, No. 11. 115014; arXiv:1711.02853 [hep-ph].
7. *Cowan G.* Statistical Data Analysis. Oxford Sci. Publ. Oxford: Clarendon Press, 1998. 197 p.
8. *Das A., Bhupal Dev P. S., Hosotani Y., Mandal S.* Probing the Minimal $U(1)_X$ Model at Future Electron–Positron Colliders via Fermion Pair-Production Channels // *Phys. Rev. D.* 2022. V. 105, No. 11. 115030; arXiv:2104.10902 [hep-ph].

Получено 5 декабря 2025 г.